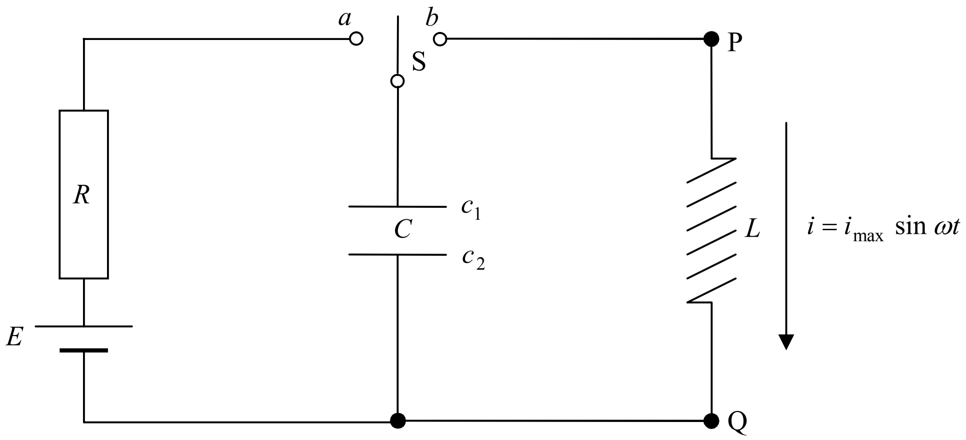
理想的な電気振動（回路のエネルギーが保存される振動，つまり非減衰振動）



① スイッチ S を a に入れ十分時間が経ったとき

コンデンサーの極板 c_1 と極板 c_2 の電荷がそれぞれ $+CE$ と $-CE$ になる。

ここで簡単のため $CE = Q$ とおくと，コンデンサーの静電エネルギーは $\dfrac{Q^2}{2C}$ である。

② スイッチを b に入れたとき

コンデンサーは放電を開始し，コイルには自己誘導起電力が放電を妨げる向きに生じる。
この自己誘導起電力を受けながらも放電による P → Q の向きの電流が増加していく。
このときコンデンサーが失った静電エネルギーは，コイルの磁気エネルギーに変換される。

③ 放電が終わりコンデンサーの電荷が 0 になったとき

電流は最大値 $i_{\max}$ を，コイルの磁気エネルギーは最大値 $\dfrac{1}{2}Li_{\max}{}^2$ を示す。

一方，コンデンサーは静電エネルギーを完全に失い，電流を流せなくなる。
すると，コイルは電流を流し続けようと，自己誘導起電力の向きを変え，

磁気エネルギー $\dfrac{1}{2}Li_{\max}{}^2$ が尽きるまで電流を流し続ける。

その結果，コンデンサーは逆向きに充電され c_2 側の電荷が $+Q$ になる。
(①～③までの時間が振動の半周期)

④ ①～③と同じ過程がコンデンサーの c_2 側から c_1 側に向けて起こり，初めの状態に戻る。

(①～④までの時間が振動の 1 周期)。

経過時間	0	$\frac{1}{4}T$	$\frac{1}{2}T$	$\frac{3}{4}T$	T
c_1 の電荷	$+Q_{\max}$	0	$-Q_{\max}$	0	$+Q_{\max}$
電流 i	0	$i_{\max}$	0	$-i_{\max}$	0

電気振動とばね振り子の振動との対応関係

電流と電荷の変化の微分方程式$I=\dfrac{dQ}{dt}$と速度vと変位xの微分方程式$v=\dfrac{dx}{dt}$から，

電流Iと速度v，電荷Qと位置xがそれぞれ対応する。

静電エネルギー$\dfrac{Q^2}{2C}$は，$\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{1}{C}\cdot Q^2$とでき，$\dfrac{1}{C}$を定数$K$と対応させることにより，

単振動の位置エネルギー$\dfrac{1}{2}Kx^2$と対応させることができる。

磁気エネルギー$\dfrac{1}{2}LI^2$は，Lを質量と対応させることにより，

運動エネルギー$\dfrac{1}{2}mv^2$と対応させることができる。

よって，

理想的な電気振動における電気的エネルギー保存則：$\dfrac{Q^2}{2C}+\dfrac{1}{2}LI^2$＝一定

と

理想的な力学的振動における力学的エネルギー保存則：$\dfrac{Kx^2}{2}+\dfrac{1}{2}mv^2$＝一定

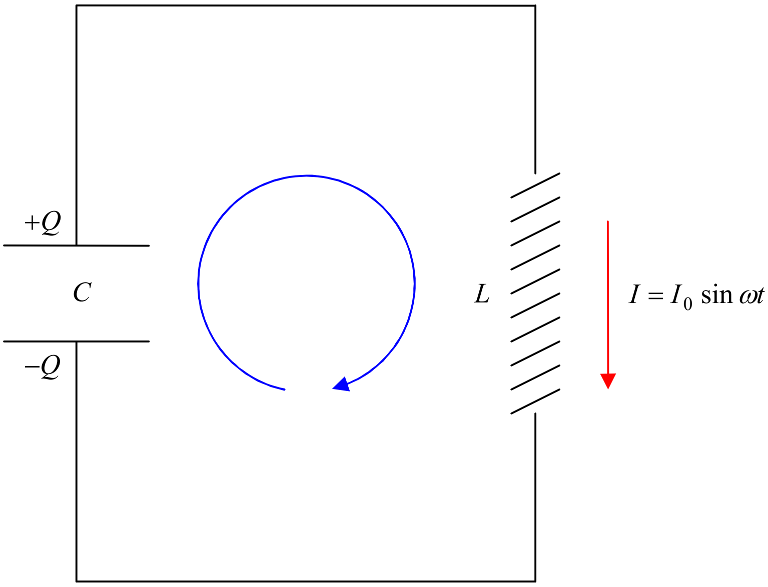
が対応する。

また，力学的単振動の周期＝$2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$より，電気振動の周期＝$2\pi\sqrt{LC}$が得られる。

電気振動	力学的単振動
L	m
C	$1/K$
Q	x（変位）
I	v（速度）
$\dfrac{Q^2}{2C}$	$\dfrac{1}{2}Kx^2$
$\dfrac{1}{2}LI^2$	$\dfrac{1}{2}mv^2$
周期 $T=2\pi\sqrt{LC}$	$T=2\pi\sqrt{\dfrac{m}{K}}$

電気振動の周期の詳細

時計回りを正の向きとする。



コイルの電圧と電流の位相差とリアクタンス

コイルを流れる電流を $I_0 \sin \omega t$ ，コイルの起電力を V_L とすると，

上図時計回りを正とすることとレンツの法則より， $\dfrac{dI}{dt} > 0 \left(\dfrac{dI}{dt} < 0 \right) \Leftrightarrow V_L < 0 \ (V_L > 0)$

よって，

$$
\begin{aligned}
V_L &= -L \frac{dI}{dt} \\
&= -\omega L I_0 \cos \omega t \\
&= -\omega L I_0 \sin \left(\omega t + \frac{\pi}{2} \right)
\end{aligned}
$$

したがって，コイルの起電力の位相はコイルを流れる電流のそれより $\dfrac{\pi}{2}$ 進む。

また， $I_0 \sin \left(\omega t + \dfrac{\pi}{2} \right) = -\dfrac{V_L}{\omega L}$ より， ωL は電流を妨げる因子であり，

これをコイルのリアクタンスという。

コンデンサーの電圧と電流の位相差とリアクタンス

コンデンサーからの電流をI_Cとすると，上図時計回りを正とすることと

$\frac{dQ}{dt}>0\left(\frac{dQ}{dt}<0\right) \Leftrightarrow I<0\ (I>0)$ より，$I_C=-\frac{dQ}{dt}$

したがって，コンデンサーの電圧をV_Cとすると，$Q=CV_C$ より，$I_C=-C\frac{dV_C}{dt}$

ここでI_CとV_Cの位相の関係を調べる目的で，$V_C=V_0\sin\omega' t$ とおくと，

$$
\begin{aligned}
I_C&=-C\frac{dV_0\sin\omega' t}{dt}\\
&=-\omega' CV_0\cos\omega' t\\
&=-\omega' CV_0\sin\left(\omega' t+\frac{\pi}{2}\right)
\end{aligned}
$$

よって，V_Cの位相はI_Cの位相より$\frac{\pi}{2}$遅れる。

また，$I_C=-\frac{V_0\sin\left(\omega' t+\frac{\pi}{2}\right)}{\frac{1}{\omega' C}}$ より，$\frac{1}{\omega' C}$は電流を妨げる因子であり，

これをコンデンサーのリアクタンスという。

コンデンサーとコイルの直列回路の電気振動とキルヒホッフ第 2 法則

LC 直列振動回路を流れる電流が$i_{\max}\sin\omega t$のとき，

コイルの誘導起電力$V_L=-\omega Li_{\max}\sin\left(\omega t+\frac{\pi}{2}\right)=-\omega Li_{\max}\cos\omega t$

コンデンサーの電圧$V_C=-\frac{1}{\omega C}i_{\max}\sin\left(\omega t-\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{\omega C}i_{\max}\cos\omega t$

また，電源の起電力= 0

よって，キルヒホッフ第 2 法則の式は$0=V_C+V_L$

すなわち$0=-\omega Li_{\max}\cos\omega t+\frac{1}{\omega C}i_{\max}\cos\omega t \quad \therefore\left(\omega L-\frac{1}{\omega C}\right)i_{\max}\cos\omega t=0 \quad (i_{\max}\neq 0)$

これが任意のtで成り立つから，$\omega L=\frac{1}{\omega C} \quad \therefore \omega=\sqrt{\frac{1}{LC}}$

ゆえに，$T=2\pi\sqrt{LC}$，$f=\frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$